

MATEMATIKA
(MATEMATIKA - INFORMATIKA TAGOZAT)
9 - 12. ÉVFOLYAM
4 - 4 - 6 - 7 ÓRA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó

ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk, játékok, internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematika-tanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a

matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja a tanulók számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az ország gazdaságának műszaki, informatikai, és természettudományos pályák iránt megnövekedett kereslete szükségessé teszi, hogy a közoktatásban is nagy számban legyenek olyan osztályok, csoportok, amelyek a matematikát és (vagy) a természettudományokat magasabb szinten tanulják. Ebben a kerettantervben a négy osztályos gimnáziumok olyan tanulóinak kívánunk magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet a matematika iránt érdeklődő tanulók számára választják, és azt, hogy itt heti négy óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt idő hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

A helyi tanterv alapjául szolgáló kerettanterv

Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyamára / Matematika

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);

- **írásbeli röpdolgozat** (egy vagy néhány óra anyagának számonkérése az adott napra való felkészültség mérésére, tartalma lehet elmélet és/vagy feladatmegoldás)
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka, házi feladat** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

Óraterv a kerettantervekhez – 9–12. évfolyam, gimnázium				
Tantárgyak	9. évf.	10. évf.	11. évf.	12. évf.
Matematika	4	4	6	7

9–10. évfolyam

A matematika kerettantervnek ez a fejezete a négyosztályos gimnáziumok azon tanulóinak szól, akik matematikából emelt szintű képzést választottak. Ezért a tananyag összeállításánál feltételezhetjük, hogy az átlagosnál jobb képességű, érdeklődőbb tanulóknak szól. A normál osztályokéhoz képest kiegészítő elemek kerülnek a tananyagba. Egyrészt olyanok, amelyek a motivációt növelhetik (pl. matematikatörténeti vonatkozások, játékok). Ha ezek a témakörök nem is nyújtanak közvetlen segítséget a versenyeken, érettségien, vagy majd a felsőfokú oktatásban való eredményesebb szerepléshez, mégis, ezeket jobb és kevésbé erős csoportokban egyaránt érdemes komolyan venni, rendszeresen beiktatni, mert a tantárgyhoz való kötődésben bekövetkező pozitív változás miatt a ráfordított idő bőven megtérül.

Másrészt olyan tananyagelemeket is szerepeltetünk ezeken az évfolyamokon, amelyek magabiztosabbá teszik a tanulók ismereteit, kitekintést nyújtanak egy-egy témakör szélesebb körű alkalmazásaira, segíthetik a versenyeken való eredményesebb szereplésüket. Ezeket az ismereteket az osztály vagy csoport szintjének megfelelő mélységben tárgyaljuk. A kevésbé erős csoportokban sem javasoljuk ezek elhagyását, mert a szemlélet fejlesztéséhez fontosak. Ezeknél a kerettanterv általában szemléletes, bizonyítás nélküli tárgyalást javasol. Az erősebb csoportokban tárgyalhatjuk ezeket részletesebben, több feladattal.

A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az ismeretek igazolásán, rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és alkalmazási lehetőségeik megismerésén lesz a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A fenti célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek. Fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. Hasznosak lehetnek ebből a szempontból a matematikai alapú játékok is. A gyerekek szívesen játszanak. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait bemutatva világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

A középiskolás kor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának

fejlesztéséhez, ugyanezt szolgálhatja a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	24 óra
4. Geometria	45 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 15 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok Descartes-szorzata. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése és értelmezése. Halmazműveletek tulajdonságai.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok

		csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz. Adott halmaz diszjunkt részhalmazokra bontása. Halmaz részhalmazainak a száma.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
Halmaz elemszáma. Logikai szita.	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen. Tizedes törtek átírása közöséges tört alakba és viszont.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése és szemléltetése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz. Valós számok adott jegyre kerekítése, gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos, parabola).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Állítások. Logikai műveletek: „nem”, „és”, „megengedő vagy”, „kizáró vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolat felismerése. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	

<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek (indirekt, skatulyaelv, teljes indukció,...).</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>

	helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Tétel, bizonyítás. Igaz – hamis. Logikai művelet („nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy”, „ha ...”, „akkor ...”, „akkor és csak akkor”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Alapfogalom, definíció. Racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Egyenes és fordított arányosság.	Korábbi ismeretekre való emlékezés. Fogalmak használata valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatokban.		
Százalékszámítás.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	<i>Gazdasági ismeretek:</i> pénzügyi fogalmak, gazdasági folyamatok.	
Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre. Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek	

	normálalakban írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szóveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szóveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetőség-e?).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$; $(a+b+c)^2$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$ szorzat alakja. Általánosítás n kitevőre. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.

kifejezések egyszerűbb alakra hozása.		
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata, grafikus módszer). Alaphalmaz és megoldáshalmaz fogalmának ismerete. Paraméteres, törtes, diofantoszi egyenletek. Törtes egyenlőtlenségek.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek, problémának megfelelő matematikai modell tudatos kiválasztása és alkalmazása. Megoldás ellenőrzése behelyettesítéssel, értékészlet vizsgálattal.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő és ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok. <i>Gazdasági ismeretek:</i> pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok.
Abszolútértéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés. Függvényszemlélet erősítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenes és fordított arányosság. Százalékalap, százalékérték, százalékláb. Hatványalap, hatványkitevő, hatvány. Normálalak. Összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Mérlegelv.	

Tematikai egység/	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret
--------------------------	--	-----------------

Fejlesztési cél		24 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. A függvény megadása, elemi tulajdonságai. (értelmezési tartomány, értékkészlet; zérushely, y tengelymetszet; korlátosság, helyi és abszolút minimum és maximum helye, értéke; monotonitás; periodicitás; paritás).	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára. Függvénytranszformációk.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$). Több abszolútérték-jelet tartalmazó függvények. $ f(x) $ transzformáció.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai és transzformációi.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.

<p>A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai és transzformációi. Egész rész leválasztása, lineáris törtfüggvények.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	<p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Függvények alkalmazása.</p>	<p>Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.</p>	<p>Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.</p>
<p>Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.</p>	<p>Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egészrész-, törtrész-, előjel-függvény.</p>	<p>Függvénytulajdonságok bővítése, transzformációk gyakorlása.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Függvény, egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria</p>	<p>Órakeret 45 óra</p>
---	----------------------------	-----------------------------------

<p>Előzetes tudás</p>	<p>Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.</p>	
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése, nevezetes szögpárok. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.) A szakaszfelező merőleges, a szögfelező és a parabola, mint pontthalmazok tulajdonságai.</p>	<p>Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Alapvető összefüggések a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között. A háromszög területe. A háromszög nevezetes vonalai, körei és pontjai. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör, hozzáírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).</p>	<p>A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása. A tételek bizonyítása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap,</p>	<p>Fogalmak pontos ismerete, speciális négyszögek tulajdonságainak alkalmazása,</p>	

négyzet) tulajdonságai.	területük kiszámítása.	
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső és külső szögek összege. Szabályos sokszög belső szögei.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. Szabályos sokszög területe átdarabolással.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. Kör kerülete, területe.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk, körszelet, körgyűrű területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke. Nevezetes szögpárok.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
A kör érintője, kapcsolata az érintési pontba húzott sugárral. Külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.	Ismeretek alkalmazása számolási és szerkesztési feladatokban.	<i>Informatika:</i> dinamikus geometriai szoftver használata.
Thalész - tétel és megfordítása, alkalmazásuk. A matematika, mint kulturális örökség. Érintőnéyszögek tétele és megfordítása. Érintősokszögek.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel és megfordítása, alkalmazásuk. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása. Háromszög területének kiszámítása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.

Geometriai hozzárendelések.		<i>Fizika:</i> fényképezés
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom. Egyszerű vektorműveletek ismerete, alkalmazása. Vektorok felbontása összetevőkre. Szimmetrián alapuló játékok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása. Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria. Háromszögek egybevágóságának alapesetei, sokszögek egybevágósága.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban. Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok, diszkusszió.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, szerkeszthetőség feltételének vizsgálata, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótshögek, melléshögek, kiegészítő shögek, csúcsshögek, egyállású shögek, váltóshögek, szakaszfelező merőleges, shögfelező. Sokshög. Háromshög, négyszög, speciális háromshög, speciális négyszög. Belső shög, külső shög, átló. Középponti shög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
--	-------------------------------------	----------------------------

Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram).	Adatgyűjtés tervezése, adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése, értelmezése, megfelelő diagramtípus kiválasztása. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információgyűjtés, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése, grafikus manipulációk felismerése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagramok (oszlopdiaagram, kördiagram), táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv magabiztos használata feladatmegoldás során. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Konstruktív feladatok megoldás, lehetetlenség bizonyítása. <p><i>Számtan, algebra</i></p>
--	--

- Algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pont-halmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Érintőnéyszögek, érintősokszögek ismerete. Érintőnéyszögek tétele és megfordítása.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete;

	<p>valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.</p> <ul style="list-style-type: none">– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.– Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, terjedelmének értelmezése, meghatározása.– A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni.
--	--

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	24 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	60 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges és elégséges feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját)	

	állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv, teljes indukció) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika</i> : a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Kombinatorikai feladatok:	Rendszerezés: az esetek	<i>Informatika</i> : problémamegoldás

<p>leszámlálás, sorbarendezés, kiválasztás, ismétlés nélküli és ismétléses egyaránt. Gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Pascal-háromszög. A binomiális együtthatók tulajdonságai. Binomiális tétel.</p>	<p>összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p>táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám; egyszerű, összefüggő). Fokszámtétel. Fagráf. Egyszerű hálózat szemléltetése. Gráfokkal kapcsolatos nevezetes problémák (pl. Königsbergi hidak).</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Modellalkotás. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 60 óra
Előzetes tudás	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Négyzetgyökös kifejezések átalakítása.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa, a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggés.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés, grafikus módszer). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	
Másodfokú egyenletre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése, matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.		
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.		

Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Négyzetgyökös egyenletek.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Másodfokú egyenlőtlenségek.	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása (grafikusan). Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. Egyéb nevezetes közepek két változóra.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, megoldóképlet, diszkrimináns. Gyöktényező alak. Ekvivalens átalakítás. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok.	Függvénytulajdonságok tudatos használata.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Grafikus megoldás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokról. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószöggörv mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása).	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
A párhuzamos szelők tétele, megfordítása, következményei. Párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szögfelező-tétel.	A középpontos hasonlósági transzformáció előkészítése.		
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.		

A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja. Háromszög középvonalai. Érintő- és szelőszakaszok tétele.	Új ismeretek matematikai alkalmazása. Egyéb nevezetes tételek, fogalmak feladatként (pl.: Ptolemaiosz-tétel, aranymetszés, Simson-egyenes, Ceva-tétel, Feuerbach-kör, Euler-egyenes, ...).	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási feladatok. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Eseménytér. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre, egymást kizáró eseményekre. Események gyakorisága, relatív gyakorisága.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. Valószínűségi kísérletek elvégzése után, gyakorisági táblázat, relatív gyakorisági táblázat készítése, tapasztalatok alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, klasszikus valószínűségi modell.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata. Diszkrét valószínűség- eloszlások ábrázolása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Elemi esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.		

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás
---	---

gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.

- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pont-halmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).

- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, terjedelmének értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre.

Ez a kerettantervi elem kettős céllal készült. Egyrészt az emelt szintű matematika osztály tanulói részére, másrészt azoknak a tanulóknak, akik 10. osztály után úgy döntenek, hogy továbbtanulási céljaik elérése érdekében matematika fakultációra jelentkeznek. Mindkét esetben a kerettanterv elsődleges célja, hogy felkészítse a gyerekeket az emelt szintű érettségi vizsgára és a felsőfokú továbbtanulásra. Elsősorban a fakultációs csoportok tanulói részére a 11. osztályban érdemes olyan ismétlődő jellegű témakörrel kezdeni, amelynek mélyítésére heti 3 órában nem kerülhetett sor. Ugyanez az idő az emelt szintű osztályokban a témakör további mélyítésére használható, illetve a problémamegoldási készség fejlesztésére.

A kerettanterv kiegészül olyan fejezetekkel, amelyek a középszintű érettségi követelményrendszerében nem szerepelnek. Ilyen például az analízis témakör, amelyben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
Bővítő ismétlés	10 óra
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	65 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	65 óra
4. Geometria	66 óra
Az összes óraszám	216 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Bővítő ismétlés	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Algebrai azonosságok. Első-és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek. Függvénytranszformációk.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Algebrai azonosságok készségszintű használata. Magasabb fokú egyenletek megoldása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$; $(a+b+c)^2$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$ szorzat alakja. Általánosítás n kitevőre. Pascal-háromszög, binomiális tétel.	Összetettebb kifejezések magabiztos használata	
Szorzáttá alakítás kiemelés, azonosságok, csoportosítás és polinomosztás segítségével.	Szorzáttá alakítás készségszinten.	
Magasabb fokú egyenletek. Egész gyökök keresése, gyöktényező leválasztása. Szimmetrikus és homogén egyenletek.	Magasabb fokú egyenletek magabiztos megoldása.	
Függvénytranszformációk.	Összetett esetek vizsgálata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Azonosság, szorzattá alakítás, polinomosztás, függvénytranszformáció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezi, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. Egyszerűbb kombinatorikus geometria feladatok. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók és tulajdonságaik.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Teljes indukció alkalmazása összegzési feladatokban.	A módszer megismerése/ismétlése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Faktoriális, binomiális együttható. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Csúcs fokszáma gráfban.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 65 óra
Előzetes tudás	Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek.</p> <p><i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat).</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével.</p> <p>Oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.</p> <p>Érvelés.</p>		
Oszthatósági feladatok azonosságokkal és teljes indukcióval.	Algebrai eszközök gyakorlása, alkalmazása.		
Az n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.		
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. A hatványozás értelmezése irracionális kitevő esetén. Hatványazonosságok racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.		
Hatványozás azonosságainak alkalmazása.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.		
Számítási és mértani közép közti összefüggés	Nevezetes közepekkel megoldható szélsőérték-		

általánosítása n változóra; szélsőérték-feladatok.	problémák megoldása.	
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmus azonosságai.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
Logaritmosus egyenletek, egyenlőtlenségek, exponenciális és logaritmosus egyenletből álló egyenletrendszerek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás, ökológiai problémák).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, relatív prímekek, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. n -edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés és fogyás. Logaritmus. Exponenciális is logaritmosus egyenletek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 65 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris, exponenciális, logaritmikus folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata. Trigonometrikus függvények. Az analízis elemei: folytonosság, differenciálszámítás és alkalmazásai.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Hatványfüggvények és gyökfüggvények. Inverz függvény.	Az inverz függvény fogalmának kialakítása.	
Az exponenciális függvény és tulajdonságai. Függvénytranszformációk.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Permanenciaelv alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában, a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.
A logaritmus-függvény és tulajdonságai. Függvénytranszformációk.	Inverz függvénykapcsolat megfigyelése, a fogalom elmélyítése.	
Trigonometrikus függvények és transzformációik: sin, cos, tg.	Alkalmazás egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában.	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és

		módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása. Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.	<i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</i> <i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés.</i>
Rekurzív definícióval megadott sorozatok zárt alakja (Fibonacci).	Rekurzió és indukció kapcsolata, teljes indukció alkalmazása.	
Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Nevezetes konvergens és divergens sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat	A konvergencia fogalmának szemléletes megértése. A felsőoktatásban gyakran használt fogalmak és tételek begyakorlása.	

konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.		
Végtelen sor konvergenciája, összege. Mértani sor. Végtelen szakaszos tizedestört átváltása közönséges törtté.	Végtelen sok tag összege véges látszólagos paradoxon megértése.	
Függvény határértéke: véges helyen és végtelenben, véges és végtelen határérték. Egyoldali határérték. Függvény és sorozat határértékének kapcsolata.	Szemléletes fogalom és pontos definíció. Szaknyelv használata.	
Függvény folytonossága, kapcsolat a határértékkel. Nevezetes folytonos függvények. Intervallumon folytonos függvények.	Szemléletes fogalom és pontos definíció. Szaknyelv használata.	Gyökkeresés intervallumfelezéssel. <i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Derivált fogalma. Kapcsolat deriválhatóság és folytonosság között. Alapfüggvények deriváltjai. Deriválási szabályok.	Szemléletes fogalom és pontos definíció. Szaknyelv használata. A deriválás készségszintre juttatása.	<i>Fizika:</i> az út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata; átlagsebesség és pillanatnyi sebesség
Derivált alkalmazása: érintő, szélsőérték, konvexitás, teljes függvényvizsgálat. Egyszerűbb középérték-tételek. Inflexiós pont.	Gyakorlati szélsőértékfeladatok megoldása.	<i>Fizika:</i> szélsőérték-problémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, rekurzív, számtani, mértani, konvergens sorozat. Exponenciális és logaritmusfüggvény. Trigonometrikus függvények. Exponenciális folyamat. Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 66 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.			
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A szögfüggvényfogalom kiterjesztése és egyszerűbb alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	
Forgásszögek szögfüggvényei.	Kiterjesztés – permanencia-elv.		
Pitagorasz-i összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Pótszögek szögfüggvényeinek kapcsolata. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában. Számológép használata szögfüggvények értékeinek meghatározásakor.		
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés	

		eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével, területük kiszámítása.	A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva.	<i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Egyszerűbb trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Definíció és azonosságok alapján.	
Addíciós tételek. Trigonometrikus azonosságok. Háromszögek trigonometriája. Addíciós tételeket használó trigonometrikus egyenletek.	Emelt szintű feladatok megoldása.	
A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor.		<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor.
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektorok skaláris szorzata, tulajdonságai.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás). Vektorok hajlásszöge.	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták. Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának,	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása, alakzatok

harmadolópontjának, illetve adott arányú osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái.		tömegközéppontja.
Két pont távolsága, vektor abszolút értékének meghatározása.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
Az egyenes egyenletei ($y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban): <ul style="list-style-type: none"> – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete. – Iránytényezős egyenlet. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének megállapítása a meredekségek alapján.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes hajlásszöge.	Skaláris szorzat használata.	
A kör egyenlete.	Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Geometria és algebra összekapcsolása. A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője. Kör és egyenes, két kör	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz

kölcsönös helyzete.	Geometriai ismeretek mozgósítása.	megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Kúpszeletek. A parabola tengelyponti egyenlete. Parabola és egyenes kölcsönös helyzete.	Parabola és másodfokú függvény kapcsolata.	<i>Fizika:</i> vízszintes és ferde hajítás
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Szinusztétel, koszinusztétel. Bázisrendszer, vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, skaláris szorzat, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, parabola, egyenlete.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásban. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p>
---	--

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5
2. Számтан, algebra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	60 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	35 óra
6. Rendszerező összefoglalás	80 óra
Az összes óraszám	210 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek. Halmazműveletek és logikai műveletek kapcsolata.	Logikai készség fejlesztése stratégiai és logikai játékok segítségével (NIM játék, táblás játékok). Logikai kifejezések megfelelő használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 60 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Differenciálszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.	A fogalom szemléletes jelentésének megértése, az egyetemi ismeretek megalapozása.	<i>Fizika:</i> munka, út kiszámítása grafikon alapján
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.	Határozott integrál fogalmának elmélyítése.	
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.	Határozott integrál kiszámítása a definíció alapján.	<i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás	Integrálási szabályok gyakorlása. Határozott integrál kiszámítása Newton-Leibniz formulával.	

<p>és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza a határozott integrál. Alapfüggvények határozatlan integrálja. Integrálási szabályok. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: integrálás helyettesítéssel, parciális integrálás. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>		
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata.</p>	<p>Határozott integrál alkalmazása szöveges feladatokban. Modellalkotás.</p>	<p><i>Fizika:</i> radiokatív bomlás, felezési idő</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Síkídomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága és hajlásszöge.	A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete. Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete.		
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). A kocka, a téglalap, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.	
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).	
A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy síkidom kerülete és területe, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.	
A hasonló testek felszínének és	Annak tudatosítása, hogy nem	<i>Biológia-egészségtan:</i>	

<p>térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.</p>	<p>egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.</p>	<p>példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Terület, felszín, térfogat. Kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálójaja.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Kombinatorikai fogalmak: permutáció, variáció, kombináció, ismétléssel és ismétlés nélkül.	Rendszerező ismétlés; típusfeladatok. Csoportosítás, modellalkotás.		
Eseményekkel végzett műveletek, események összege, szorzata, komplementer esemény, egymást kizáró események. Elemi események. Események előállításá elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül. A definíció következményei.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.		
A valószínűség klasszikus modellje: Laplace-képlet. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.		
Valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a	

	alkalmazása.	találkozás valószínűsége.
Geometriai valószínűség.	Ismeretek mozgósítása, pontthalmazok, területszámítás.	
Binomiális eloszlás és más nevezetes diszkrét eloszlások. (indikátor, egyenletes, geometriai, hipergeometriai közül néhány).	Eloszlásokkal könnyebben megoldható feladatok; osztályozás, modellalkotás.	<i>Fizika:</i> energiaeloszlás, kvantumfizika.
Várható érték és szórás fogalma, tulajdonságai.	Modell alkotása (egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan az igazságosság fogalmának kialakítása).	<i>Gazdasági ismeretek:</i> biztosítás, befektetés kockázata, árfolyamkockázat. Játékelmélet.
Feltételes valószínűség. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel.	A fogalom megértése gyakorlati problémákon keresztül.	
Nagy számok törvényei.	Szemléletes tárgyalás, kevés képlettel.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív és nem reprezentatív minta.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege. A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás, átlagos abszolút eltérés. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal (kvartilisek, középértékek, szóródási mutatók).	Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő program használata.
Sodrófa (box-plot) diagram.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Műveletek eseményekkel, független események, egymást kizáró események. Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Geometriai valószínűség. Várható érték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 80 óra
Előzetes tudás	A négy év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor.</p> <p><i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása.</p> <p>Nevezetes sejtések.</p>		<p><i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p><i>Algebra és számelmélet</i> <i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmusos kifejezések átalakításai.</p> <p><i>Számelmélet</i> Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása.</p> <p><i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.</p>

<p>Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> <i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.</p> <p><i>Sorozatok, sorok</i> A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor.</p> <p><i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>
<p><i>Geometria</i> <i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes pontthalmazok. Síkídomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. <i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, aranymetszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>

<p>Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenlete. A tanult kúpszeletek definíciója, egyenleteik. <i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	
<p><i>Valószínűségszámítás, statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módusz, medián, átlag, szórás, terjedelem, átlagos abszolút eltérés. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>
<p><i>Motivációs témakörök</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

**A fejlesztés várt
eredményei a két
évfolyamos ciklus
végén**

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- | | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none">- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása. |
|--|---|