

MATEMATIKA FAKULTÁCIÓ
11 - 12. ÉVFOLYAM
6 - 7 ÓRA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatának bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó

ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanítás alapvető feladata a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakítása. Életkortól függő szinten rendszeresen foglalkozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknak azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra,

milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematikai tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja a tanulók számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is több helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az ország gazdaságának műszaki, informatikai, és természettudományos pályák iránt megnövekedett kereslete szükségesé teszi, hogy a közoktatásban is nagy számban legyenek olyan osztályok, csoportok, amelyek a matematikát és (vagy) a természettudományokat magasabb szinten tanulják.

Ebben a kerettantervben a négy osztályos gimnáziumok olyan tanulóinak kívánunk magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. Az ország középiskoláinak jelentős részében van egy osztálynyi vagy legalább egy félélosztálynyi matematika, illetve természettudományos tárgyak iránt érdeklődő tanuló, akiknek ajánlott kissé kibővített tananyaggal, magasabb szintű feladatanyaggal tanítani a matematikát.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. A magasabb óraszám nyújtotta lehetőséget nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt idő hatékonyabb, de

időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

A tananyagot azért sem akarjuk a speciális matematika tagozatokéhoz hasonló mértékben növelni, mert ezt a matematikából emelt szintű anyagot ajánljuk fizikából, kémiából, természettudományos tárgyakból emelt szintű osztályoknak is.

A helyi tanterv alapjául szolgáló kerettanterv

Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyamára / Matematika

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközeire:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **írásbeli röpdolgozat** (egy vagy néhány óra anyagának számonkérése az adott napra való felkészültség mérésére, tartalma lehet elmélet és/vagy feladatmegoldás)
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka, házi feladat** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

Óraterv a kerettantervekhez – 11–12. évfolyam fakultáció, gimnázium		
Tantárgyak	11. évf.	12. évf.
Matematika	6	7

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre.

Ez a kerettantervi elem kettős céllal készült. Egyrészt az emelt szintű matematika osztály tanulói részére, másrészt azoknak a tanulóknak, akik 10. osztály után úgy döntenek, hogy továbbtanulási céljaik elérése érdekében matematika fakultációra jelentkeznek. Mindkét esetben a kerettanterv elsődleges célja, hogy felkészítse a gyerekeket az emelt szintű érettségi vizsgára és a felsőfokú továbbtanulásra. Elsősorban a fakultációs csoportok tanulói részére a 11. osztályban érdemes olyan ismétlődő jellegű témakörrel kezdeni, amelynek mélyítésére heti 3 órában nem kerülhetett sor. Ugyanez az idő az emelt szintű osztályokban a témakör további mélyítésére használható, illetve a problémamegoldási készség fejlesztésére.

A kerettanterv kiegészül olyan fejezetekkel, amelyek a középszintű érettségi követelményrendszerében nem szerepelnek. Ilyen például az analízis témakör, amelyben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
Bővítő ismétlés	10 óra
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	65 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	65 óra
4. Geometria	66 óra
Az összes óraszám	216 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Bővítő ismétlés	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Algebrai azonosságok. Első-és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek. Függvénytranszformációk.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Algebrai azonosságok készségszintű használata. Magasabb fokú egyenletek megoldása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$; $(a+b+c)^2$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$ szorzat alakja. Általánosítás n kitevőre. Pascal-háromszög, binomiális tétel.	Összetettebb kifejezések magabiztos használata	
Szorzáttá alakítás kiemelés, azonosságok, csoportosítás és polinomosztás segítségével.	Szorzáttá alakítás készségszinten.	
Magasabb fokú egyenletek. Egész gyökök keresése, gyöktényező leválasztása. Szimmetrikus és homogén egyenletek.	Magasabb fokú egyenletek magabiztos megoldása.	
Függvénytranszformációk.	Összetett esetek vizsgálata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Azonosság, szorzattá alakítás, polinomosztás, függvénytranszformáció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezi, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. Egyszerűbb kombinatorikus geometria feladatok. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók és tulajdonságaik.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Teljes indukció alkalmazása összegzési feladatokban.	A módszer megismerése/ismétlése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Faktoriális, binomiális együttható. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Csúcs fokszáma gráfban.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 65 óra
Előzetes tudás	Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek.</p> <p><i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat).</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével.</p> <p>Oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.</p> <p>Érvelés.</p>		
<p>Oszthatósági feladatok azonosságokkal és teljes indukcióval.</p>	<p>Algebrai eszközök gyakorlása, alkalmazása.</p>		
<p>Az n-edik gyök.</p> <p>A négyzetgyök fogalmának általánosítása.</p>	<p>A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.</p>		
<p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.</p> <p>A hatványozás értelmezése irracionális kitevő esetén.</p> <p>Hatványazonosságok racionális kitevő esetén.</p>	<p>Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján.</p> <p>A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.</p>		
<p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása.</p> <p>Ismeretek mozgósítása.</p>		
<p>Számítási és mértani közép közti összefüggés</p>	<p>Nevezetes közepekkel megoldható szélsőérték-</p>		

általánosítása n változóra; szélsőérték-feladatok.	problémák megoldása.	
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmus azonosságai.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
Logaritmosus egyenletek, egyenlőtlenségek, exponenciális és logaritmosus egyenletből álló egyenletrendszerek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás, ökológiai problémák).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, relatív prímekek, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. n -edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés és fogyás. Logaritmus. Exponenciális is logaritmosus egyenletek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 65 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris, exponenciális, logaritmikus folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata. Trigonometrikus függvények. Az analízis elemei: folytonosság, differenciálszámítás és alkalmazásai.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Hatványfüggvények és gyökfüggvények. Inverz függvény.	Az inverz függvény fogalmának kialakítása.	
Az exponenciális függvény és tulajdonságai. Függvénytranszformációk.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Permanenciaelv alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában, a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.
A logaritmus-függvény és tulajdonságai. Függvénytranszformációk.	Inverz függvénykapcsolat megfigyelése, a fogalom elmélyítése.	
Trigonometrikus függvények és transzformációik: sin, cos, tg.	Alkalmazás egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában.	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és

		módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása. Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.	<i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</i> <i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés.</i>
Rekurzív definícióval megadott sorozatok zárt alakja (Fibonacci).	Rekurzió és indukció kapcsolata, teljes indukció alkalmazása.	
Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Nevezetes konvergens és divergens sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat	A konvergencia fogalmának szemléletes megértése. A felsőoktatásban gyakran használt fogalmak és tételek begyakorlása.	

konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.		
Végtelen sor konvergenciája, összege. Mértani sor. Végtelen szakaszos tizedestört átváltása közönséges törtté.	Végtelen sok tag összege véges látszólagos paradoxon megértése.	
Függvény határértéke: véges helyen és végtelenben, véges és végtelen határérték. Egyoldali határérték. Függvény és sorozat határértékének kapcsolata.	Szemléletes fogalom és pontos definíció. Szaknyelv használata.	
Függvény folytonossága, kapcsolat a határértékkel. Nevezetes folytonos függvények. Intervallumon folytonos függvények.	Szemléletes fogalom és pontos definíció. Szaknyelv használata.	Gyökkeresés intervallumfelezéssel. <i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Derivált fogalma. Kapcsolat deriválhatóság és folytonosság között. Alapfüggvények deriváltjai. Deriválási szabályok.	Szemléletes fogalom és pontos definíció. Szaknyelv használata. A deriválás készségszintre juttatása.	<i>Fizika:</i> az út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata; átlagsebesség és pillanatnyi sebesség
Derivált alkalmazása: érintő, szélsőérték, konvexitás, teljes függvényvizsgálat. Egyszerűbb középérték-tételek. Inflexiós pont.	Gyakorlati szélsőértékfeladatok megoldása.	<i>Fizika:</i> szélsőérték-problémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, rekurzív, számtani, mértani, konvergens sorozat. Exponenciális és logaritmusfüggvény. Trigonometrikus függvények. Exponenciális folyamat. Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 66 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.			
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A szögfüggvényfogalom kiterjesztése és egyszerűbb alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	
Forgásszögek szögfüggvényei.	Kiterjesztés – permanencia-elv.		
Pitagorasz-i összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Pótszögek szögfüggvényeinek kapcsolata. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában. Számológép használata szögfüggvények értékének meghatározásakor.		
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés	

		eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével, területük kiszámítása.	A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva.	<i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Egyszerűbb trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Definíció és azonosságok alapján.	
Addíciós tételek. Trigonometrikus azonosságok. Háromszögek trigonometriája. Addíciós tételeket használó trigonometrikus egyenletek.	Emelt szintű feladatok megoldása.	
A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor.		<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor.
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektorok skaláris szorzata, tulajdonságai.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás). Vektorok hajlásszöge.	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták. Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának,	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása, alakzatok

harmadolópontjának, illetve adott arányú osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái.		tömegközéppontja.
Két pont távolsága, vektor abszolút értékének meghatározása.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
Az egyenes egyenletei ($y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban): <ul style="list-style-type: none"> – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban. – Iránytényezős egyenlet. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének megállapítása a meredekségek alapján.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értelmezése, használata. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes hajlásszöge.	Skaláris szorzat használata.	
A kör egyenlete.	Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Geometria és algebra összekapcsolása. A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott	A geometriai fogalmak	<i>Informatika:</i>

érintője; külső pontból húzott érintői. Kör és egyenes, két kör kölcsönös helyzete.	megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Kúpszeletek. A parabola tengelyponti egyenlete. Parabola és egyenes kölcsönös helyzete.	Parabola és másodfokú függvény kapcsolata.	<i>Fizika:</i> vízszintes és ferde hajítás
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusz, koszinusz, tangens. Szinusztétel, koszinusztétel. Bázisrendszer, vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, skaláris szorzat, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, parabola, egyenlete.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásban. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata.
---	---

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5
2. Számтан, algebra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	60 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	35 óra
6. Rendszerező összefoglalás	80 óra
Az összes óraszám	210 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek. Halmazműveletek és logikai műveletek kapcsolata.	Logikai készség fejlesztése stratégiai és logikai játékok segítségével (NIM játék, táblás játékok). Logikai kifejezések megfelelő használata.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 60 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Differenciálszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.	A fogalom szemléletes jelentésének megértése, az egyetemi ismeretek megalapozása.	<i>Fizika:</i> munka, út kiszámítása grafikon alapján
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása.	Határozott integrál fogalmának elmélyítése.	

<p>Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>		
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p>Határozott integrál kiszámítása a definíció alapján.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza a határozott integrál. Alapfüggvények határozatlan integrálja. Integrálási szabályok. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: integrálás helyettesítéssel, parciális integrálás. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	<p>Integrálási szabályok gyakorlása. Határozott integrál kiszámítása Newton-Leibniz formulával.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata.</p>	<p>Határozott integrál alkalmazása szöveges feladatokban. Modellalkotás.</p>	<p><i>Fizika:</i> radiokatív bomlás, felezési idő</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.</p>	

<p>Tematikai egység/</p>	<p>4. Geometria</p>	<p>Órakeret</p>
---------------------------------	----------------------------	------------------------

Fejlesztési cél	30 óra	
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága és hajlásszöge.	A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete. Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete.	
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). A kocka, a téglalap, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy síkidom kerülete és területe, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy

alkalmazása.	vagy nagyítjuk.	felület (pl. fák levelei) tartozik.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terület, felszín, térfogat. Kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n -oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálójaja.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Kombinatorikai fogalmak: permutáció, variáció, kombináció, ismétléssel és ismétlés nélkül.	Rendszerező ismétlés; típusfeladatok. Csoportosítás, modellalkotás.		
Eseményekkel végzett műveletek, események összege, szorzata, komplementer esemény, egymást kizáró események. Elemi események. Események előállítás elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül. A definíció	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.		

következményei.		
A valószínűség klasszikus modellje: Laplace-képlet. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Geometriai valószínűség.	Ismeretek mozgósítása, pontthalmazok, területszámítás.	
Binomiális eloszlás és más nevezetes diszkrét eloszlások (indikátor, egyenletes, geometriai, hipergeometriai közül néhány).	Eloszlásokkal könnyebben megoldható feladatok; osztályozás, modellalkotás.	<i>Fizika:</i> energiaeoszlás, kvantumfizika.
Várható érték és szórás fogalma, tulajdonságai.	Modell alkotása (egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan az igazságosság fogalmának kialakítása).	<i>Gazdasági ismeretek:</i> biztosítás, befektetés kockázata, árfolyamkockázat. Játékelmélet.
Feltételes valószínűség. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel.	A fogalom megértése gyakorlati problémákon keresztül.	
Nagy számok törvényei.	Szemléletes tárgyalás, kevés képlettel.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív és nem reprezentatív minta.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege. A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás, átlagos abszolút eltérés. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai	Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő program használata.

mutatókkal (kvartilisek, közéértékek, szóródási mutatók).		
Sodrófa (box-plot) diagram.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Műveletek eseményekkel, független események, egymást kizáró események. Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Geometriai valószínűség. Várható érték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 80 óra
Előzetes tudás	A négy év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor.</p> <p><i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.</p>	<p><i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p><i>Algebra és számelmélet</i> <i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.</p> <p><i>Számelmélet</i> Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása.</p> <p><i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> <i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a</p>

<p><i>Sorozatok, sorok</i> A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor.</p> <p><i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai.</p>	<p>fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>
<p><i>Geometria</i> <i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> <p><i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes ponthalmazok. Síkdomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek.</p> <p><i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenlete. A tanult kúpszeletek definíciója, egyenleteik.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, arany metszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>
<p><i>Valószínűség számítás, statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módusz, medián, átlag, szórás,</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő,</p>

<p>terjedelem, átlagos abszolút eltérés. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.</p>	<p>adatbázis-kezelő program használata. <i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>
<p><i>Motivációs témakörök</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése. – A kombinatorikai problémák rendszerezése. – Bizonyítási módszerek áttekintése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése,
--	---

	<p>reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. – Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. – Két vektor skaláris szorzata. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	---