

MATEMATIKA
(NYOLCOSZTÁLYOS GIMNÁZIUM)
5 - 12. ÉVFOLYAM
4 - 4 - 3 - 3 - 4 - 4 - 3 - 3 ÓRA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések

érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok

erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus) ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja a tanulók számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A helyi tantervben az 5-8. évfolyamon hagyunk szabad időkeretet. A csoportot tanító szaktanár a tanulók képességeihez igazodva használhatja ezt gyakorlásra, számonkérésre. Ezekről az órákról még az adott tanévre készített tanmenetben sem gondoljuk, hogy előre kellene dönteni. Kell hogy legyen a helyi tantervben annyi rugalmasság, hogy a tanár gyengébb csoportban további órákat szánhasson néhány kiemelten fontos anyagra.

gyakorlására, jobb csoportokban matematikai játékokkal, érdekességekkel színesítse a tananyagot, legyen idő számonkérésre.

A helyi tanterv alapjául szolgáló kerettanterv

Kerettanterv az általános iskola 5-8. évfolyamára / Matematika

Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyamára / Matematika

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközzel:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **írásbeli röpdolgozat** (egy vagy néhány óra anyagának számonkérése az adott napra való felkészültség mérésére, tartalma lehet elmélet és/vagy feladatmegoldás)
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka, házi feladat** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);

- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

A 7-8. évfolyamon, valamint a 11-12. évfolyamon 3-3 óra, a többi évfolyamon 4-4 óra.

5–6. évfolyam

A nyolcosztályos gimnáziumok matematika kerettanterve az egyes témaköröket az általános iskolában a szokásosnál mélyebben tárgyalja, néhány ismerettel korábban foglalkozik. Ugyanakkor a fogalmak kialakítására, megerősítésére ebben az iskolatípusban is különös gondot fordítunk, kellő időt szánunk, a későbbi években sok témára magasabb szinten visszatérünk. Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékoságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből, játékból.

Az 5–6. évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Támaszkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. Mértani testeket, modelleket készítünk. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is. A geometriai transzformációk megismeréséhez tevékenységeken keresztül jutunk el.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és a modelljeikbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítményt is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére is építünk.

5. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	6 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	80 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	6 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	7 óra
Szabadon felhasználható órakeret	15 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 6 óra + folyamatos
Előzetes tudás	<p>Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.</p> <p>A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Halmazok elemszámának vizsgálata. Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények számegyenesen való ábrázolása.</p> <p>Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.1. Halmazok</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok.</p> <p>Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről.</p> <p>Halmazok megadása elemek felsorolásával.</p> <p>Halmazábra készítése.</p> <p>Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása és ábrázolása.</p> <p>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</p> <p>Számegyenes különböző tulajdonágú részhalmazai.</p>		<p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.</p>
<p>1.2. Matematikai logika</p> <p>Logikai állítások.</p> <p>Igaz, hamis állítás.</p> <p>És; vagy.</p> <p>Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről.</p> <p>Definíciók megértése, alkalmazása.</p> <p>Állítások igazságtartalmának eldöntése.</p> <p>A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata.</p> <p>Vitakultúra fejlesztése.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, halmazábra, elem, részhalmaz, unió, metszet, számegyenes, nyitott mondat, igazsághalmaz, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Természetes számok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Számok helye a számegyenesen. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, () ismerete, használata. A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Műveletek ellenőrzése. Fejben számolás száz-as számkörben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejben és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása. Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A tízes számrendszer.</p> <p>A számfogalom fejlesztése milliós számkörben.</p> <p>Helyi érték, alaki érték ismerete, számok kiolvasása.</p> <p>A számok helyesírásának ismerete.</p> <p>Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása).</p> <p>Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> A számírás kialakulása, római számok.</p> <p>Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a magyar helyesírás alapelvei.</p>
<p>A számegyenes.</p> <p>Számok összehasonlítása.</p> <p>Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása.</p> <p>Kerekítés, gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.</p> <p>A kerekítés szabályainak ismerete.</p>		
<p>Összeadás, kivonás, szorzás.</p> <p>Osztó, többszörös, oszthatóság.</p> <p>Osztás, maradékos osztás.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>

<p>Műveletek elvégzése fejben és írásban. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása. A tanulók gyakorlati feladatokban ismerjék fel, hogy melyik művelet alkalmazására van szükség. Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban. Műveletek tulajdonságai, zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveleti sorrend, ha a kifejezés nem tartalmaz zárójelet. Tagok, tényezők felcserélhetőek, csoportosíthatóak. Zárójelek szerepének felismerése. Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazásuk mértékegységek átváltása során.</p>		
<p>Számrendszerek. A tízestől különböző számrendszerek kialakítása. <i>Matematikatörténet</i>: 12-es, 60-as számrendszer.</p>		<p><i>Informatika</i>: 2-es számrendszer.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tízestől különböző számrendszer, helyi érték, alaki érték, valódi érték, számegegyenes, összeadandó, összeg tag, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, tényező, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés, számrendszer. Római számok.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számelmélet, algebra 2.2. Egész számok</p>	<p>Órakeret 25 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Negatív számok a mindennapi életben - hőmérséklet, adósság.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Ellentétes mennyiségek fogalmának mélyítése. Mennyiségi jellemzők kifejezése negatív számokkal. Műveletvégzés az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata az egész számok halmazán.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A negatív szám. Számkörbővítés: miért van szükségünk egész számokra? Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben. Egy szám ellentettje, abszolútértéke. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegegyenesen. A számegegyenest segédeszközként használjuk a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében. Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban.</p>		<p><i>Természetismeret</i>: hőmérséklet, fagypon, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság, tengerszint alatti mélység. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i>: időszámítás – i.e.</p>

<p>A derékszögű koordináta-rendszer. I., II., III., IV. síknegyed. Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetőek fel. Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktablán és a koordináta-rendszerben (adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa).</p>	<p><i>Természetismeret:</i> helymeghatározás, térképek.</p>
<p>Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Negatív szám, előjel, ellentett, egész szám, kerekítés, becslés, ellenőrzés, abszolút érték, koordináta-rendszer, síknegyed, első, második jelzőszám, pont koordinátái.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok</p>		<p>Órakeret 30 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítás a hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Összeadás, kivonás a törtszámok körében.</p>		
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>			<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közönséges tört, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Negatív törtek. Törtek ábrázolása a számegyenesen.</p>			<p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p>

Törtek összehasonlítása (pl. egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében).	
<p>Törtek összeadása, kivonása.</p> <p>Közös nevező keresése.</p> <p>Tört szorzása, osztása egész számmal.</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése.</p> <p>Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>	
<p>A tizedes törtek értelmezése, használata.</p> <p>Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása.</p> <p>Helyiérték-táblázat használata.</p> <p>Mértékegységek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm...</p> <p>Tizedes törtek a számegyenesen.</p> <p>Tizedes törtek leolvasása a számegyenesről.</p> <p>Tizedes törtek elhelyezése a számegyenesen.</p> <p>Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal.</p> <p>Tizedes törtek egyszerűsítése, bővítése.</p> <p>A tizedes tört végére nullákat írhatunk, illetve a szám végén lévő nullákat elhagyhatjuk.</p> <p>Tizedes törtek összehasonlítása.</p> <p>Számegyenest használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítunk.</p> <p>Matematikai jelek használata ($<$, $>$, $=$).</p> <p>Tizedes törtek kerekítése.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p>
<p>Tizedes törtek összeadása, kivonása.</p> <p>Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal.</p> <p>A műveletek elvégzése fejben kisebb számokon.</p> <p>A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése.</p> <p>Számolás negatív tizedes törtekkel is.</p> <p>A műveletek ellenőrzése.</p> <p>Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel.</p> <p>Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások.</p> <p>Az átlag kiszámítása.</p> <p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése.</p> <p>Hány tizedes jegyre számoljunk átlagot?</p> <p>Tört alakban írt szám tizedes tört alakja.</p> <p>Racionális számok.</p> <p>Véges, végtelen szakaszos tizedes törtek előállításával.</p> <p>Két egész szám hányadosaként felírható számok.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.</p>
Mérés, mértékegységek.	<p><i>Természetismeret:</i></p>

Hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal.	mérés, mértékegységek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, közös nevező, tizedes tört, tizedesvessző, közönséges tört, helyi értékes írásmód, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, racionális szám, számegyenes, egyszerűsítés, bővítés.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok, függvények	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt. Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Tájékozódás a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pont ábrázolása, megadott pont koordinátáinak leolvasása. Függvényszemlélet előkészítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Sorozatok.</p> <p>Sorozatok létrehozása, adott szabály szerinti folytatása.</p> <p>Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása.</p> <p>Algoritmusok játékokon keresztül.</p> <p><i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>		<p><i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i></p> <p>osztálynévsor, tornasor.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számsorozat, szabály.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Testhálók készítése. Esztétikai érzék fejlesztése. Kör vizsgálata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz.</p> <p>Ponthalmazok távolsága, egymáshoz viszonyított helyzete.</p> <p>Síkidom, sokszög, oldal, átló, konvexitás.</p> <p style="padding-left: 20px;">A környezetünkben lévő tárgyakon ismerjük fel a vizsgált geometriai fogalmakat.</p> <p>Test, csúcs, él, lap.</p> <p style="padding-left: 20px;">Testek építése, szemléltetése.</p>		
<p>Merőleges egyenesek.</p> <p>Párhuzamos egyenesek.</p> <p style="padding-left: 20px;">Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése vonalzóval.</p> <p>Ponthalmazok távolsága.</p> <p style="padding-left: 20px;">Két pont, pont és egyenes távolsága.</p> <p style="padding-left: 20px;">Két egyenes távolsága.</p> <p>Kitérő egyenesek.</p>		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: vízszintező, mérőón.</i>
<p>Geometriai szerkesztés, szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.</p> <p style="padding-left: 20px;">A ceruza, vonalzó, körző használata.</p> <p style="padding-left: 20px;">Díszítőminták szerkesztése körzővel, vonalzóval.</p>		
<p>A szög.</p> <p>Szögek fajtái.</p> <p style="padding-left: 20px;">A szög jelölése, betűzése, görög betűk.</p> <p style="padding-left: 20px;">Nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög.</p> <p>Szögmérés szögmérővel.</p> <p style="padding-left: 20px;">Fok, szögperc, szögmásodperc.</p> <p>Szögmásolás, szögfelezés.</p> <p style="padding-left: 20px;">Nevezetes szögek szerkesztése.</p>		
<p>Kör.</p> <p>Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő.</p> <p>Körív, körcikk, körszelet.</p>		<i>Hon- és népismeret: népművészeti motívumok.</i>

A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Díszítőminták szerkesztése körzővel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, félegyenes, szakasz, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap. Merőlegesség (egyenesek), párhuzamosság (egyenesek). Szög és mértékegységei, nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Kör, gömb, sugár, átmérő, húr, szelő, érintő, körív, körcikk, körszelet. Hegyeszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Kerület, terület, felszín, térfogat	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete – mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest, felismerése, létrehozása, jellemzői.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással. Számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása. A felszín és a térfogat meghatározása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A kerület mérése, mértékegységei. A téglalap, a négyzet, a háromszög kerülete. Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással. Méterrúd, mérőszalag használata. Sokszögek területe átdarabolással.		
A terület mérése, mértékegységei. A téglalap, a négyzet területe. Adott alakzatok területének meghatározása - az adott egységgel összehasonlítunk, közelítünk, számolunk. Mérőeszközök használata. A téglatest, a kocka hálója, felszíne.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számítások tapétázáshoz, csempézéshez. <i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták periodikus ismétlése.
A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla tulajdonságai (határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló). Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben.		

<p>A térfogat, űrtartalom mérése. Mértékegységek. A téglatest, a kocka térfogata. Üvegek, üdítős dobozok térfogata.</p>	
<p>Testek építése, ábrázolása. Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése. Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. Építőjátékok használata. Térszemlélet fejlesztése.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Kerület, terület, négyzet, téglalap, test, kocka téglatest, felszín, térfogat, test hálója.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria 4.3. Adott tulajdonságú ponthalmazok</p>	<p>Órakeret 5 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>A távolság fogalma. Körvonal, körlap. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Szakaszfelező merőleges, szögfelező szerkesztése.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Távolsággal jellemzett ponthalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben (kör és gömb); – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza a síkban és térben (szakaszfelező merőleges, szögfelező). 		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, táblázatba rendezése, elemzése, ábrázolása. Oszlopdiagram, vonaldiagram, kördiagram, pontdiagram elemzése.</p> <p>Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> Népeesség alakulása, összetétele.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat;</i> <i>természetismeret:</i> láz mérés, lázgörbe.</p>
<p>Biztos esemény, lehetetlen esemény. Esélyek mérlegelése. Adatok tervszerű gyűjtése.</p>		<i>Informatika:</i> digitális szoftver használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, grafikon, diagram, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. – Halmazok elemszámának vizsgálata. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték
--	--

	<p>meghatározása.</p> <ul style="list-style-type: none">– Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése.– Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete.– Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés.– Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.– Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése.– Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása.– Téglalap felületének, térfogatának számítása. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.– Néhány szám számtani közepének kiszámítása.– Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	--

6. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	75 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	7 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	7 óra
Szabadon felhasználható órakeret	15 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	<p>Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.</p> <p>A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában.</p> <p>Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással.</p> <p>Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.3. Halmazok</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok.</p> <p>Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről.</p> <p>Halmazok megadása elemek felsorolásával.</p> <p>Halmazábra készítése, használata.</p> <p>Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása. Részhalmazok felismerése ábráról.</p> <p>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon. (ismétlés)</p>		<p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.</p>
<p>1.4. Matematikai logika</p> <p>Logikai állítások.</p> <p>Igaz, hamis állítás.</p> <p>És; vagy.</p> <p>Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről.</p> <p>Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok.</p> <p>Definíciók megértése, alkalmazása.</p> <p>Állítások igazságtartalmának eldöntése.</p> <p>Vitakultúra fejlesztése. (folyamatos)</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!</p>

<p>1.5. Kombinatorika</p> <p>Sorba rendezések.</p> <p>Kiválasztások.</p> <p>Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY, „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Törtek értelmezése, összeadása, kivonása. Tizedes törtek értelmezése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása 10 hatványaival	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Törtek összeadása, kivonása.</p> <p>Ismétlés.</p> <p>Törtek szorzása.</p> <p>A reciprok fogalma.</p> <p>Törtek osztása.</p> <p>Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal.</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése.</p> <p>Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>		
<p>Tizedes törtek összeadása, kivonása. (ismétlés)</p> <p>Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal. (ismétlés)</p> <p>A műveletek ellenőrzése.</p> <p>Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások.</p> <p>Szorzás tizedes törttel.</p> <p>Osztás tizedes törttel.</p> <p>Tört alakban írt szám tizedes tört alakja.</p>		<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: statisztikai adatok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reciprok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Oszthatóság	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Osztás, osztó, maradékos osztás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Számolási készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös. Osztók meghatározása, osztópárok, valódi osztók. Osztók, többszörösök halmaza – halmazábra készítése.</p> <p>Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint. <i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája.</p> <p>Oszthatósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való oszthatóság eldöntése a számjegyek összege alapján.</p>		<i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben.
<p>Közös osztók. Közös többszörösök. Közös osztók, közös többszörösök meghatározása konkrét számok esetén. A tanult ismeretek alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, prímszám, összetett szám. Közös osztó, többszörös, közös többszörös.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.5. Arányos következtetések, egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Arányos következtetések. Egyenes és fordított arányosság felismerése. Törtrész, százalékkérték meghatározása. Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás, mérlegelv - ismerkedés a megoldási módszerekkel. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Két szám aránya. Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül.</p> <p>Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására.</p> <p>Egyenes arányosság. Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában. Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése.</p> <p>Fordított arányosság. Táblázatok, grafikonok elemzése, értelmezése arányosság szempontjából.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vásárlás, takarékoság.</p> <p><i>Természetismeret:</i> változások a környezetünkben; táblázatok, grafikonok.</p>
<p>Törtrész. A törtrész kiszámítása következtetéssel és törtek használatával. Az egészrész meghatározása.</p> <p>Százalékszámítás: Százalékkérték, százalékalap, százalékláb. Százalékszámítás arányos következtetéssel. Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> áremelkedés, árengedmény, családi gazdálkodás, takarékoság.</p>
<p>Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldás, ellenőrzés. Megoldási módszerek: Lebontogatás, mérlegelv. Az összefüggések megértése. Alaphalmaz felismerése.</p>		

<p>Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással, próbálgatással, lebontogatással, következtetéssel, mérlegelvével.</p> <p>A megoldás ábrázolása számegyenesen.</p> <p>Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése, ellenőrzése.</p>	
<p>Szöveges feladatok.</p> <p>Adatok meghatározása, terv készítése, becslés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés.</p> <p>Az ismeretlen mennyiség jelölésére kezdetben jelet, majd betűt használhatunk.</p> <p>A megoldás segítése ábrával.</p> <p>Önellenőrzés igénye és képessége.</p> <p>Szöveges válasz jelentősége.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Arány, arányos osztás, egyenes arányosság, fordított arányosság, törtrész, százalék, egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldás, mérlegelv.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Sorozatok, függvények</p>	<p>Órakeret 7 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok.</p> <p>Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása.</p> <p>Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Sorozat megadása szabállyal. Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre. A koordináta-rendszer biztonságos használata.</p> <p>Függvényszemlélet előkészítése.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Sorozatok. (folyamatos)</p> <p>Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.</p> <p>Sorozatok készítése.</p> <p>Algoritmusok játékokon keresztül.</p> <p><i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>		<p><i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i></p> <p>osztálynévsor, tornasor.</p>

<p>A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések lehetséges szabályának megadása, tulajdonságainak megfigyelése, elemzése.</p> <p>Koordináta-rendszer, grafikonok.</p> <p>Egyenes arányosság grafikonja.</p> <p>Egyszerű grafikonok értelmezése.</p> <p>Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Sorozat, megfeleltetés, egyenes arányosság, grafikon.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak</p>		<p>Órakeret 15 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata.</p>		
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>	
<p>Geometriai szerkesztés. (folyamatos) A ceruza, vonalzó, körző használata.</p>			
<p>A szög. Nevezetes szögek szerkesztése.</p>			
<p>Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése. Háromszög-egyenlőtlenség. Háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben. Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>	
<p>Sokszögek. Sokszögek területének meghatározása átdarabolással.</p>			

Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid; tulajdonságaik. A sokszög belső és külső szögeinek összege.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Síkidom, sokszög, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid, belső szög, külső szög. Hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.4. Tengelyes tükrözés	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállításának hajtogatásával, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szimmetria felismerése a természetben, építészetben, művészetben. A tengelyes tükrözés végrehajtása. Szerkesztés. Alakzatok csoportosítása tengelyes szimmetria szempontjából.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A síktükör képalkotása.</p> <p>A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák, alakzatok készítése.</p> <p>A tükörkép szerkesztése. Tükrözés körzövel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben.</p> <p>A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás, egyértelműség.</p> <p>Egybevágóság: egybevágó alakzatok felismerése.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a természetben, képzőművészetben, építészetben.</p> <p><i>Természetismeret:</i> a síktükör.</p>
<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése, tulajdonságainak megfogalmazása a szemlélet alapján.</p> <p>Kör.</p> <p>Egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek, tulajdonságai. Szerkesztési feladatok az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai alapján.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus négyszögek: deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet. A kapcsolatok szemléltetése halmazábrával.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p> <p>Egybevágó alakzatok felismerése.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tengelyes tükrözés, szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, deltoid, rombusz, húrtrapéz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség		Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.		
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Valószínűségi játékok és kísérletek. Biztos esemény, lehetetlen esemény, „lehetséges, de nem biztos esemény”. Esélyek mérlegelése. Adatok tervszerű gyűjtése. Gyakoriság, relatív gyakoriság.		<i>Informatika:</i> digitális szoftver alkalmazása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűségi kísérlet, biztos esemény, lehetetlen esemény, „lehetséges, de nem biztos esemény”, gyakoriság, relatív gyakoriság.		

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. – Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése,
---	---

	<p>prímszám, összetett szám ismerete. Oszthatósági szabályok megfigyelése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. – A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése. – Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata. – Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. – Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek. – Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. – Téglatest felszínének, térfogatának számítása. – Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése. – Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	--

7–8. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium második szakaszában is a matematikai problémák megközelítése során a konkrét tapasztalatszerzésből indulunk ki. Ugyanakkor a gyerekek fokozatosan képessé válnak elvonatkoztatásra, absztrakcióra. Erre alapozva bátrabban fogalmazhatunk meg definíciókat, már hangsúlyt helyezhetünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon.

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata a függvényfogalomhoz vezet el, grafikonokat rajzolunk. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyoznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számoljunk fejben is. A zsebszámológép használata akkor jelenjen meg, amikor a tanulók már jól számolnak fejben és írásban. A geometriai transzformációk vizsgálata a természetben, építészetben megtalálható szimmetriát magyarázza. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. Testek felszínét, térfogatát meghatározzuk, ezzel javítjuk, fejlesztjük a gyerekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

7. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	8 óra
2. Számтан, algebra	43 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	8 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	4 óra
Szabadon felhasználható órakeret	15 óra
Az összes óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 8 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.1. Halmazok</p> <p>Két halmaz különbsége.</p> <p>Komplementer halmaz.</p> <p>Részhalmazok felismerése és ábrázolása.</p> <p style="padding-left: 20px;">Halmazokba rendezés több szempont szerint. Halmazábra készítése (pl. véges halmazok uniója, metszete).</p> <p style="padding-left: 20px;">Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása.</p> <p style="padding-left: 20px;">Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i></p> <p style="padding-left: 20px;">Cantor – ismeretek gyűjtése könyvtárból, internetről.</p>		<p><i>Informatika:</i></p> <p>információgyűjtés.</p>

<p>1.2. Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása. Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása. Van olyan, létezik... Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. A lényeges és lényegtelen megkülönböztetése. Kulturált érvelés a csoportmunkában. A gondolatok pontos szóbeli és írásbeli megfogalmazása. Egyszerű stratégiai és logikai játékok.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Két halmaz különbsége, komplementer halmaz, metszet, unió, „minden”, „van olyan”.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok	Órakeret 10 óra
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Műveletek racionális számokkal. (ismétlés) A negatív szám és a racionális szám fogalmának elmélyítése. Összevonás gyakorlása a racionális számok halmazában. Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában. A zárójelek használata, felbontása, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.</p>		
<p>Arány, arányosság. Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben. Százalékszámítás. Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése (arányos következtetéssel). Banki ajánlatok (ügycélcsoomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak, megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségek) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása.</p>		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám, valós szám, arány, százalék, fordított arányosság.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Oszthatóság	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törttekkel végzett műveletekben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Periodikus jelenségek megfigyelése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös. Oszthatósági szabályok. Számolás a maradékokkal. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel.</p>		<i>Fizika; vizuális kultúra:</i> periodikusan ismétlődő jelenségek, minták.
<p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás (alkalmazása 1000-es számkörben). A prímtényezős felbontást hatványok segítségével adjuk meg. Számelméleti alapú játékok. Tökéletes szám. <i>Matematikatörténet:</i> Mersenne, Euler, Fermat munkássága. Érdekességek a prímszámok köréből (végtelen sok prímszám van, ikerprímsejtés, barátságos számok fogalma és története). Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek. A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös meghatározása. Felhasználás törtek egyszerűsítése, törtek bővítése során.</p>		
<p>Számrendszerek. A hatványjelölés használata a helyiértékes felírásban.</p>		<i>Informatika:</i> 2-es számrendszer.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím, számrendszer.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások használata a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása (lebontogatással, mérlegelvvel) algebrai úton. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.
Szöveges feladatok. Számok, mennyiségek közötti összefüggések felírása egyenlettel, egyenlőtlenséggel. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés a szövegbe visszahelyettesítéssel, szöveges válasz. Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása). Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, lebontogatás, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvény, sorozat	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Hozzárendelések. Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus	

céljai	megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával. Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása. Példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre.</p> <p>Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban.</p> <p>Függvényvizsgálat (értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont). Grafikonról való leolvasás.</p>		
<p>Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: – elsőfokú függvény, – nulladfokú függvény, A lineáris függvény meredeksége. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</p>		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Megfeleltetés, függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, egyenes arányosság. Lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben. Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Pont-pont függvények. Egybevágósági transzformációk szerkesztése:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tengelyes tükrözés; - középpontos tükrözés; 		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.

<p>A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése, alkalmazása. Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése. Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió.</p>	
<p>Párhuzamos szárú szögek: – egyállású szögek. – társszögek. – mellékszögek. Fordított állású szögek: – csúcshögek. – váltóshögek. Merőleges szárú szögek. A szögpárok felismerése. Szögmérés gyakorlása.</p>	
<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Középpontosan szimmetrikus alakzatok. Szimmetrián alapuló játékok. Szimmetrikus alakzatok felismerése, szerkesztése. Szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábra készítése.</p>	
<p><i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egyállású szög, váltóshög, csúcshög, egybevágóság.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Síkgeometria	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	<p>Tételek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Négyszögek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. Kör és részeinek vizsgálata.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Oldalfelező merőlegesek – a háromszög köré írható kör. Szögfelezők – a háromszög beírható köre. Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p>

<p>Középvonalak. Speciális négyszögek definíciója, tulajdonságai, nevezetes vonalai, szerkesztése. Paralelogramma, rombusz, trapéz, húrtrapéz, deltoid. Konvex és konkáv négyszögek. Sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p>		
<p>Mérés. Mértékegységek. Hosszúság, terület, idő, űrtartalom mérése. Mértékegységek átváltásának gyakorlása.</p>		
<p>Sokszögek kerülete, területe átdarabolással. A háromszög, paralelogramma, rombusz, trapéz, deltoid kerülete, területe.</p>		
<p>A kör és részei. A kör kerülete, területe.</p>		<i>Vizuális kultúra: a kör mint díszítőelem.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, négyszög, konvex, konkáv, kör, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, kerület, terület, mértékegység.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Adatok gyűjtése, táblázatba rendezése, elemzése. Adathalmazok szemléltetése (oszlopdiagram, kördiagram), diagramok elemzése. Átlag számolása, gyakorlati alkalmazása.</p>		<i>Informatika: táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.</i>
Valószínűségi játékok.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, oszlopdiagram, kördiagram.	

**A fejlesztés várt
eredményei a 7-
évfolyam végén**

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete.
- A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása.
- Egyszerű sorbarendezési, leszámhlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása.

Számelmélet, algebra

- Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alapműveletek helyes sorrendű elvégzése.
- Az egyenes arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.
- Számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása.
- A lineáris függvény ismerete (grafikon).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.

Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
- Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának

	<p>kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.</p> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint.– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.– Adathalmaz átlagának meghatározása.
--	---

8. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
2. Számтан, algebra	40 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	11 óra
Szabadon felhasználható órakeret	10 óra
Az összes óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.3. Kombinatorika.</p> <p>Sorbarendezési feladatok (kör mentén is).</p> <p>Kiválasztási feladatok a sorrend figyelembevételével és anélkül.</p> <p>Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.</p> <p>Szemléltetés gráfokkal.</p> <p style="padding-left: 40px;">A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is.</p> <p style="padding-left: 40px;">Hatványok használata az eredmény leírására.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf, gráf csúcsa, gráf éle.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása. Hatványozás.</p> <p>A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték.</p> <p>Hatványozás azonosságai.</p> <p>Számolás 2, 3, 5, 10 hatványaival – a hatványozás azonosságainak „felfedezése”.</p> <p>Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa.</p> <p>Szorzat, hányados hatványozása.</p> <p>Hatvány hatványozása.</p> <p>A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány.</p> <p>Számok normálalakja.</p> <p>Nagy és kis számok írása.</p> <p>Kerekítés, pontosság.</p> <p>A mennyiségek nagyságrendjének becslése.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i></p>
<p>Számok négyzete, négyzetgyöke.</p> <p>Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása.</p> <p>Négyzetgyök meghatározása számológéppel.</p> <p>Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése.</p> <p>Racionális számok tizedestört alakja.</p> <p>Létezik nem racionális szám is.</p> <p>Vannak végtelen nem szakaszos tizedestörtek is.</p> <p>A $\sqrt{2}$, a π irracionális.</p> <p>Valós számok elhelyezése a számegyenesen.</p> <p>Néhány irracionális szám pontos helyének megszerkesztése a számegyenesen.</p>		

Arány, arányosság. Százalékszámítás. Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, normálalak, négyzetszám, négyzetgyök, százalék; racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Algebrai kifejezések	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése.		<i>Fizika</i> : definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével.
Egynemű, különemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet</i> : az algebra kezdetei, az arab matematika. Kutatómunka könyvtár, internet használattal.		
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel - zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, osztása egytagú kifejezéssel		
Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)(a - b)$. Azonosságok szemléltetése területtel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, többtagú kifejezés, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások használata a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. (ismétlés) Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Egyenletmegoldás grafikusan.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.
Szöveges feladatok. Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése. Típusfeladatok egyszerű példákkal: <ul style="list-style-type: none"> – számok helyi értékével kapcsolatos feladatok; – geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok; – fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok; – százalékszámítási feladatok (leértékelés, béremlés, kamatszámítás stb); – keverési feladatok; – együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel. Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok: áremelkedés, árengedmény, kamat.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvény, sorozat	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek. Lineáris függvény.	
A tematikai egység	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett	

nevelési-fejlesztési céljai	kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Fordított arányosság: $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$)		<i>Fizika:</i> Boyle–Mariotte-törvény.
Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto x $. A másodfokú függvény: $x \mapsto x^2$. Számítógép használata függvények ábrázolására.		
Függvénytranszformációk. Az abszolútérték és a másodfokú függvény transzformációja egyszerű esetekben: x tengely menti eltolás, y tengely menti eltolás, x tengelyre vonatkozó tükrözés. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata függvények ábrázolására.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvénytulajdonságok: zérushely, szélsőérték, monotonitás, fordított arányosság. Függvénytranszformáció. Abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Tengelyes és középpontos tükrözés. tengelyesen és középpontosan szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése. Nevezetes szögpárok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Az egybevágóság szemléletes fogalma. A háromszögek egybevágóságának vizsgálata, alapesetek. Egybevágóságon alapuló számítási, szerkesztési feladatok <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész – Elemek; Bolyai Farkas, Bolyai János.		
Középpontos nagyítás, kicsinyítés elvégzése. A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.		<i>Földrajz:</i> térképi ábrázolás. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram

	használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, kicsinyítés, nagyítás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Síkgeometria	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Nevezetes négyszögek. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata. Háromszögek nevezetes vonalai és körei.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyszögek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Pitagorasz tétele. A tétel és megfordításának kimondása. Számítási és egyszerű bizonyítási feladatok. Pitagorasz számhármass. <i>Matematikatörténet: Pitagorasz.</i>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Térgeometria	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Térelemek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térelemekhez kapcsolódó fogalmak elmélyítése. Egyenes hasáb, henger, tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése, felszín-, térfogat-számítási problémák megoldása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	

<p>Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése, felfedezése. Egyenes hasáb – alaplappal, oldallappal, alapél, oldalél, magasság, lapátló, testátló. Kocka, négyzetes oszlop, téglalap, hálójuk. Szabályos testek.</p>	
<p>Felszín, térfogat. Egyenes hasáb hálójának, felszínének, térfogatának. Egyenes henger hálójának, felszínének, térfogatának. Gúla hálójának, felszínének, térfogatának. Tetraéder. Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. A kocka, a téglalap, a hasáb és a gúla tulajdonságai: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.</p>
<p>A kúp. Kúp származtatása, alaplappal, alkotó, palást. Egyenes körkúp felszínének, térfogatának. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.</p>	
<p>A gömb, mint a Föld modellje, síkmetszetek.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alaplappal, alapél, oldallappal, oldalél, testmagasság, lapátló, testátló, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség		Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
<p>Adatok gyűjtése, táblázatba rendezése, elemzése, becslés.</p> <p>Adathalmazok szemléltetése táblázat és diagramok (vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram, pontdiagram) segítségével. A célszerű diagram típusának kiválasztása.</p> <p>Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak.</p> <p>Középértékek (számtani közép, módusz, medián) számolása, megállapítása, gyakorlati alkalmazása.</p> <p>A középértékek segítségével az adatok elemzése, következtetések levonása.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.</p>	
<p>Gyakoriság, relatív gyakoriság.</p> <p>A relatív gyakoriság számolása.</p> <p>Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból?</p>			
<p>Valószínűségi játékok, kísérletek.</p> <p>A valószínűség szemléletes fogalma, az esély intuitív fogalmának felhasználása.</p> <p>A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje.</p>		<p><i>Informatika:</i> adatgyűjtés, grafikus adatábrázolás.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség, középérték, módusz, medián.		

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámhlási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása.
---	--

Számelmélet, algebra

- Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése.
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakkal.
- Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.
- Számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása.
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, nyújtás, zsugorítás y tengely mentén, tükrözés az x tengelyre.).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- A számtani sorozat felismerése.

Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
- Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak

	<p>ismerete.</p> <ul style="list-style-type: none">– A Pitagorasz-tétel egyszerű alkalmazásai.– A vektor fogalmának ismerete.– Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.– Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térselemlélet fejlődése. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.– Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.– A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.
--	---

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamban a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként való közreműködésben. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejezni. A matematikai

gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	24 óra
4. Geometria	45 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 15 óra + folyamato s
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok Descartes-szorzata. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése és értelmezése. Halmazműveletek tulajdonságai.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz. Adott halmaz diszjunkt részhalmazokra bontása. Halmaz részhalmazainak a száma.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
Halmaz elemszáma. Logikai szita.	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján	

	történi ellenőrzése.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen. Tizedes törtek átírása közös nevezőre tört alakba és viszont.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése és szemléltetése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz. Valós számok adott jegyre kerekítése, gyakorlati helyzetekben történi észszerű kerekítése.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos, parabola).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Állítások. Logikai műveletek: „nem”, „és”, „megengedő vagy”, „kizáró vagy”, „ha... akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolat felismerése. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történi ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és

	<p>belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek (indirekt, skatulyaelv, teljes indukció,...).</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak</p>

	<p>Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p>alkalmazása.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák.</p> <p>Kombinatorika a mindennapokban.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Tétel, bizonyítás. Igaz – hamis. Logikai művelet („nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy”, „ha ...”, „akkor ...”, „akkor és csak akkor”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Alapfogalom, definíció.</p> <p>Racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Egyenes és fordított arányosság.	Korábbi ismeretekre való emlékezés. Fogalmak használata valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatokban.		
Százalékszámítás.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	<i>Gazdasági ismeretek:</i> pénzügyi fogalmak, gazdasági folyamatok.	
Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre. Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretek		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	

<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.</p>
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>	
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p>
<p>$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$; $(a+b+c)^2$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Egyszerű másodfokú polinom</p>	<p><i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).</p>

szorzat alakja. Általánosítás n kitevőre. Azonosság fogalma.	átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebonthatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Alaphalmaz és megoldáshalmaz fogalmának ismerete. Paraméteres, törtes, diofantoszi egyenletek. Törtes egyenlőtlenségek.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek, problémának megfelelő matematikai modell tudatos kiválasztása és alkalmazása. Megoldás ellenőrzése behelyettesítéssel, értékkészlet vizsgálattal.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő és ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet,	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok. <i>Gazdasági ismeretek:</i>

	egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok.
Abszolútértéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés. Függvényszemlélet erősítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenes és fordított arányosság. Százalékalap, százaléktér, százalékláb. Hatványalap, hatványkitevő, hatvány. Normálalak. Összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. A függvény megadása, elemi tulajdonságai. (értelmezési tartomány, értékkészlet; zérushely, y tengelymetszet; korlátosság, helyi és abszolút minimum és maximum helye, értéke; monotonitás; periodicitás; paritás).	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára. Függvénytranszformációk.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság.

<p>meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.</p>	<p>leolvasása grafikon alapján. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereit alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelés.</p>
<p>Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$). Több abszolútérték-jelet tartalmazó függvények. $f(x)$ transzformáció.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	
<p>A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai és transzformációi.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	<p><i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.</p>
<p>A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai és transzformációi. Egész rész leválasztása, lineáris törtfüggvények.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	<p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Függvények alkalmazása.</p>	<p>Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>

	több szempont egyidejű követése.	
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számítási feladatok.</i>
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.</i> <i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</i>
Egészrész-, törtrész-, előjel-függvény.	Függvénytulajdonságok bővítése, transzformációk gyakorlása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokról. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az	

	eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése, nevezetes szögpárok. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.) A szakaszfelező merőleges, a szögfelező és a parabola, mint ponthalmazok tulajdonságai.</p>	<p>Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Alapvető összefüggések a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között. A háromszög területe. A háromszög nevezetes vonalai, körei és pontjai. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör, hozzáírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).</p>	<p>A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása. A tételek bizonyítása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai.</p>	<p>Fogalmak pontos ismerete, speciális négyszögek tulajdonságainak alkalmazása, területük kiszámítása.</p>	
<p>Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső és külső szögek összege. Szabályos sokszög belső szögei.</p>	<p>Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. Szabályos sokszög területe átdarabolással.</p>	
<p>Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. Kör kerülete, területe.</p>	<p>Fogalmak pontos ismerete.</p>	<p><i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.</p>

		<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk, körszelet, körgyűrű területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke. Nevezetes szögpárok.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
A kör érintője, kapcsolata az érintési pontba húzott sugárral. Külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.	Ismeretek alkalmazása számolási és szerkesztési feladatokban.	<i>Informatika:</i> dinamikus geometriai szoftver használata.
Thalész - tétel és megfordítása, alkalmazásuk. A matematika, mint kulturális örökség. Érintőnégszögek tétele és megfordítása. Érintősokszögek.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel és megfordítása, alkalmazásuk. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása. Háromszög területének kiszámítása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Geometriai hozzárendelések.		<i>Fizika:</i> fényképezés
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor,

<p>elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom. Egyszerű vektorműveletek ismerete, alkalmazása. Vektorok felbontása összetevőkre. Szimmetrián alapuló játékok.</p>	<p>Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása.</p>	<p>forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p>
<p>Egybevágóság, szimmetria. Háromszögek egybevágóságának alapesetei, sokszögek egybevágósága.</p>	<p>Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyokban. Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.</p>
<p>Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.</p>	<p>Fogalmak alkotása specializálással.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.</p>
<p>Egyszerű szerkesztési feladatok, diszkusszió.</p>	<p>Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, szerkeszthetőség feltételének vizsgálata, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tér, sík, egyenes, pont, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótshögek, melléshögek, kiegészítő shögek, csúcsshögek, egyállású shögek, váltóshögek, szakaszfelező merőleges, shögfelező. Sokshög. Háromshög, négyszög, speciális háromshög, speciális négyszög. Belső shög, külső shög, átló. Középponti shög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram).	Adatgyűjtés tervezése, adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése, értelmezése, megfelelő diagramtípus kiválasztása. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információgyűjtés, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.	
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése, grafikus manipulációk felismerése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagramok (oszlopdiaagram, kördiagram), táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem. Gyakoriság, relatív gyakoriság.		

A fejlesztés várt eredményei a 9. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése;
--	--

bizonyítás gondolatmenetének követése.

- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv magabiztos használata feladatmegoldás során.
- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Konstruktív feladatok megoldás, lehetetlenség bizonyítása.

Számтан, algebra

- Algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pont-halmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.

- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, terjedelmének értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	24 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	60 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges és elégséges feltétel.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és	

<p>„Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv, teljes indukció) konkrét példákon keresztül.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p>	<p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.</p>	
<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti</p>

	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása.</p> <p>Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>Kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, kiválasztás, ismétlés nélküli és ismétléses egyaránt. Gyakorlati problémák.</p> <p>Kombinatorika a mindennapokban.</p> <p>Pascal-háromszög. A binomiális együtthatók tulajdonságai.</p> <p>Binomiális tétel.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám; egyszerű, összefüggő). Fokszám-tétel. Fagráf.</p> <p>Egyszerű hálózat szemléltetése.</p> <p>Gráfokkal kapcsolatos nevezetes problémák (pl. Königsbergi hidak).</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban.</p> <p>Modellalkotás.</p> <p>Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal.</p> <p>Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.</p> <p><i>Technika, életvitel és</i></p>

		<i>gyakorlat: közlekedés.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 60 óra
Előzetes tudás	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Négyzetgyökös kifejezések átalakítása.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa, a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggés.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés, grafikus módszer). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	
Másodfokú egyenletre vezető	Adott problémához megoldási	<i>Fizika; kémia:</i>	

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	stratégia, algoritmus választása, készítése, matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	számítási feladatok.
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Négyzetgyökös egyenletek.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Másodfokú egyenlőtlenségek.	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása (grafikusan). Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	

Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. Egyéb nevezetes közepek két változóra.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, megoldóképlet, diszkrimináns. Gyöktényezős alak. Ekvivalens átalakítás. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok.	Függvénytulajdonságok tudatos használata.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Grafikus megoldás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószögmint mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása).	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
A párhuzamos szelők tétele, megfordítása, következményei. Párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szögfelező-tétel.	A középpontos hasonlósági transzformáció előkészítése.		
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a		

	megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja. Háromszög középvonalai. Érintő- és szelőszakaszok tétele.	Új ismeretek matematikai alkalmazása. Egyéb nevezetes tételek, fogalmak feladatként (pl.: Ptolemaiosz-tétel, aranymetszés, Simson-egyenes, Ceva-tétel, Feuerbach-kör, Euler-egyenes, ...).	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya.	

Tematikai egység/	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret
--------------------------	-------------------------------------	-----------------

Fejlesztési cél		20 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási feladatok. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre.</p> <p>Eseménytér. Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre, egymást kizáró eseményekre. Események gyakorisága, relatív gyakorisága.</p>	<p>A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.</p> <p>Valószínűségi kísérletek elvégzése után, gyakorisági táblázat, relatív gyakorisági táblázat készítése, tapasztalatok alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, klasszikus valószínűségi modell.</p>	<p>A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége.</p> <p>Kísérletek, játékok csoportban.</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.</p>
<p>A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.</p>	<p>A modell és a valóság kapcsolata. Diszkrét valószínűség- eloszlások ábrázolása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Elemi esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.</p>	

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.
--	---

Számтан, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok,

	<p>szögek, kerület, terület, térfogat).</p> <ul style="list-style-type: none"> – Szimmetria ismerete, használata. – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel; magasságtétel és befogótétel ismerete. – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, terjedelmének értelmezése, meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.
--	---

11–12. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsek gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	35 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	5 óra
4. Geometria	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	18 óra
Az összes óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól	

összefüggés. <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Faktoriális, binomiális együttható. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Csúcs fokszáma gráfban.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat).	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.		
Az n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.		

Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus fogalmának közvetlen alkalmazásával megoldható szöveges problémák.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás, ökológiai problémák).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, relatív prímekek, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés és fogyás. Logaritmus.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Az exponenciális függvény és tulajdonságai.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Permanenciaelv alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában, a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Exponenciális függvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.			
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A szögfüggvényfogalom kiterjesztése és egyszerűbb alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	
Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense.			
Pitagorasz-i összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Pótszögek szögfüggvényeinek kapcsolata. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában. Számológép használata szögfüggvények értékeinek meghatározásakor.		

kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.		
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével, területük kiszámítása.	A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva.	<i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor.		<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor.
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordinátarendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és	<i>Fizika:</i> erők összeadása

rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, vektor abszolút értékének meghatározása.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
Az egyenes egyenlete ($y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban) Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének megállapítása a meredekségek alapján.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása. A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése

		képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusz, koszinusz, tangens. Szinusztétel, koszinusztétel. Bázisrendszer, vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Eseményekkel végzett műveletek, példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény,	A véletlen kísérletekből számított		

valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modellje. Laplace-képlet. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika: az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.</i>
Geometriai valószínűség.	Ismeretek mozgósítása, pontthalmazok, területszámítás.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevése mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</i>
Várható érték.	Modell alkotása (egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan az igazságosság fogalmának kialakítása).	<i>Gazdasági ismeretek: biztosítás, befektetés kockázata, árfolyamkockázat. Játékelmélet.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Műveletek eseményekkel, független események, egymást kizáró események. Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Geometriai valószínűség. Várható érték.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számтан, algebra</i></p>
---	--

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete és alkalmazása, áttérés más alapú logaritmusra.
- A gyök, a hatvány azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög kiszámítása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- Várható érték.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5
2. Számтан, algebra	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra
4. Geometria	22 óra
5. Valószínűség, statisztika	5 óra
6. Rendszerező összefoglalás	42 óra
Az összes óraszám	90 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek. Halmazműveletek és logikai műveletek kapcsolata.	Logikai készség fejlesztése stratégiai és logikai játékok segítségével (NIM játék, táblás játékok). Logikai kifejezések megfelelő használata.	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>	<p>Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.</p>
<p>Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.</p>	
<p>Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.</p>	<p><i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.</p>
<p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása.</p>	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása. Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. Tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Síkídomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága és hajlásszöge.	A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete. Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete.		
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.	
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).	

előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása.		
A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy síkidom kerülete és területe, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terület, felszín, térfogat. Kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.		
Reprezentatív és nem reprezentatív minta.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.		
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal (kvartilisek,	Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő program használata.	

középértékek, szóródási mutatók).		
Sodrófa (box-plot) diagram.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reprezentatív minta. Sodrófa diagram. Kvartilisek, terjedelem, szórás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás		Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>			
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).		
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<p><i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.</p> <p><i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom</p>	

		keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	

Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus fogalma, áttérés más alapú logaritmusra, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok	

	felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.		
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két egyenes közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás, terjedelem, kvartilisek.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.

	A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	
--	---	--

<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.</p>
---	---

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete és alkalmazása, áttérés más alapú logaritmusra. – A gyök, a hatvány azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
--	---

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a

	legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	---